16/9/14

3. Risultato fondamentale Teoria Strato Limite — normalità della pressione

Il risultato fondamentale della TSL è $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$ cioè la pressione è costante lungo lo spessore dello strato limite

Dimostrazione

Bilancio di massa $\operatorname{Div} \vec{V} = 0$

Bilancio q. moto $\frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V}\cdot\nabla\vec{V} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu \Delta \vec{V}$

$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$

$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$

u ordine 2 grandezza per la V lungo x — $\frac{\delta}{L} \ll 1$ — $T \simeq \frac{L}{U}$

V " " " V " " y —

L " " lunghezza " " x —

δ " " " " y — T_δ

$\frac{U}{L} + \frac{V}{\delta} = 0 \Rightarrow \frac{U}{L} \simeq \frac{V}{\delta} \Rightarrow U \simeq V\frac{L}{\delta}$ è molto più grande di V

$\frac{U^2}{L} + \frac{U^2}{L} + \underbrace{\frac{VU}{\delta}}_{\simeq \frac{U^2}{L}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\left(\frac{U}{L^2} + \frac{U}{\delta^2}\right)$ piccolo

$\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \sim \frac{U^2}{L} \Rightarrow \nu\frac{U}{\delta^2} \simeq \frac{U^2}{L} \Rightarrow \nu \simeq \frac{\delta^2 U}{L}$

$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} \simeq \frac{U^2}{L} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} \simeq \rho\frac{U^2}{L}$ ordine 2 grandezza

master COPY COPISTERIA

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$$

$$\left(\frac{V}{T}\right) \rightarrow \left(\frac{V^2}{L}\right) \rightarrow \frac{U^2\delta}{L^2}$$

$$U\frac{V}{L} \sim U\frac{U\delta}{L^2}$$

$$V\frac{V}{\delta} \sim \frac{U^2\delta}{L^2}$$

$$\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \simeq \nu\left(\frac{V}{L^2} + \frac{V}{\delta^2}\right) \quad \text{non ci interessa}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} \simeq \rho\frac{U^2\delta}{L^2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} \simeq \rho\frac{U^2}{L}$$

$$\rightarrow \frac{\partial p}{\partial y} \simeq \rho\frac{U^2}{L}\frac{\delta}{L} \simeq \frac{\partial p}{\partial x}\frac{\delta}{L} \ll 1 \quad \text{ovvio}$$

3) Momento aerodinamico

$$\vec{M}_c = -\int_S (C-P)\wedge P\vec{n}\,dS + \int_S (C-P)\wedge\vec{\tau}_n\,dS$$

Il momento aerodinamico è il momento risultante delle forze agenti sul corpo e calcolato rispetto al centro aerodinamico, punto rispetto al quale non ne cambia il momento di rollio.

Punto

$$C_{M_c} = \frac{M_c}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 c^2}$$

U_∞ velocità asintotica
M_c momento aerodinamico
c corda

$$C = \frac{c}{4}$$

master copy CORISTERIA 0521/8512 2[illegible]881983774[illegible]

6) Flusso 2D $\rho = cost$ Re alta parete curva → EQUAZ. STATO circuito
Equazione Strato limite con i vari prodotti. Facciamo che poi alla seguente
Eppoi alla turbolenza alla seguente

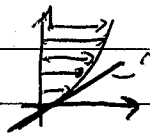
Le equazioni dello strato limite sono

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\boxed{\frac{\partial P}{\partial y} = 0} \quad ; \quad P(x,y) = P_e(x,y)$$ Legge di Bernoulli

Vale il modello di Flusso Newtoniano $\tau = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}$



Condizioni al bordo: alla parete

$y = 0 \Rightarrow u(x,0) = v(x,0) = 0$

$y = \delta(x) \Rightarrow \vec{v}(x, \delta(x)) = \vec{v}_e(x)$

Appena al bordo la velocità

$$\vec{\omega} = \text{ROT}\,\vec{v} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\vec{v}}{L} \simeq v\frac{\delta}{L^2}$$ trascurabile

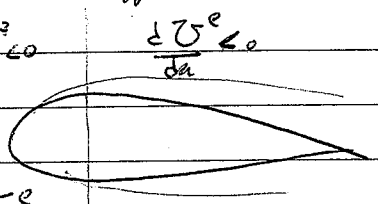
master COPY COPISTERIA

Lo Spessore di strato limite è la distanza entro la quale la velocità è costante.
Lo Spessore di Spostamento $\delta^*(x) = \int_0^{\delta(x)} \left(1 - \frac{u(x,y)}{v_e(x)}\right) dy$

Spessore che bisogna aggiungere alla parete per avere un profilo
reale con tutto lo strato limite con v costante.

$$\Theta(x) = \int_0^{\delta(x)} \frac{u(x,y)}{v_e(x)}\left(1 - \frac{u(x,y)}{v_e(x)}\right) dy$$

Corpo con spessore



Equazioni di Navier-Stokes nel sistema di riferimento locale

Gli ordini relativi. Partiamo con l'ordine di ordine di grandezza

- Velocità di flusso $V \sim \frac{v\delta}{L} \Rightarrow V << v$
- Velocità di avvicinamento di molto lontano $\sim \frac{v^e}{L}$

Calcolo il flusso di accelerazione convettiva $\frac{v^e}{Re}$ Re raggio di curvatura per strato limite deve essere $\sim \frac{L^2}{\delta} \Rightarrow Re$ grande

Equazioni di strato limite

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{dP^e(x)}{dx} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

Proprietà del campo della lastra piana due in prossimità di parete

Facciamo un balzo e non

$$\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial u}{\partial x} \text{ integro}$$

$$\int_0^{\delta(x)} \frac{\partial v}{\partial y} dy = -\int_0^{\delta(x)} \frac{\partial u}{\partial x} dy$$

$$v(\delta(x)) = -\int_0^{\delta(x)} \frac{\partial u}{\partial x} dy \quad \text{Formula della sostituzione}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

1°	2°
$\frac{dP^e(x)}{dx} < 0$	$\frac{dP^e(x)}{dx} > 0$
$\frac{dU^e(x)}{dx} > 0$	$\frac{dU^e}{dx} < 0$

Se U^e cresce $\Rightarrow$ u cresce dentro lo strato limite

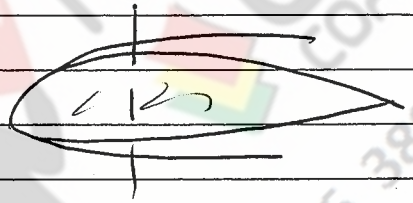
$\frac{dU^e}{dx} > 0$	$\frac{dU^e}{dx} < 0$
$\Downarrow$	$\Downarrow$
$\frac{\partial u}{\partial x} > 0 \quad \forall y$	$\frac{\partial u}{\partial y} < 0 \quad \forall y$

Nella prima parte $v(\delta(x)) < 0$ — Nella seconda parte $v(\delta(x)) > 0$

ha velocità uscente dallo — ha velocità entrante

strato limite — nello strato limite

con della linea pari a δx



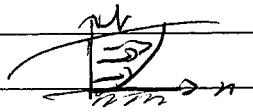
1° Esempio cresta profilo

2° Esempio profilo

Equazione di Bilancio di Quantità di Moto in direzione x lungo $y = 0$

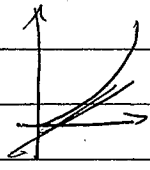
$u = 0$ per definizione

$v = 0$



$$\nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)\Big|_{y=0} = \frac{1}{\rho}\frac{dP^e(x)}{dx}$$

$$\Rightarrow \frac{dP^e}{dx} = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_{y=0} = 0$$



Punto di velocità nulla